

Introdução à Lógica

Lista de Exercícios: P2

- 1 - Contradição, Falácia e Equivalência Lógica
 - 2 - Técnicas de Demonstração: Prova Direta
 - 3 - Técnicas de Demonstração: Prova Indireta - Contrapositiva
 - 4 - Técnicas de Demonstração: Bicondicional, Prova por Contradição e Contraexemplos
-

1 Contradição, Falácia e Equivalência Lógica

1. Verifique se as proposições dadas são equivalentes:
 - (a) “Se Marcos estudou, então foi aprovado” e “Marcos não estudou e não foi aprovado”.
 - (b) “ $\neg P \rightarrow Q$ ” e “ $P \vee Q$ ”.
 - (c) “Se tem OAB, então é advogado” e “Se não é advogado, então não tem OAB”.
 - (d) “Se comprei e paguei, então levei” e “Se comprei e não paguei, então não levei.”

Gabarito

1.
 - (a) Não são equivalentes.
 - (b) São equivalentes.
 - (c) São equivalentes.
 - (d) Não são equivalentes.

2 Técnicas de Demonstração: Prova Direta

1. Demonstre os teoremas a seguir usando prova direta.
 - (a) A soma de um inteiro com o seu quadrado é um número par.
Dica: Em exemplos gerais, separe em casos. Pense em como podemos dividir os números inteiros em dois grupos.
 - (b) Se dois inteiros são divisíveis por um inteiro n , então sua soma também é divisível por n .
 - (c) Para qualquer inteiro n , o número
$$3(n^2 + 2n + 3) - 2n^2$$
é um quadrado perfeito. (Pesquise o que são quadrados perfeitos.)
 - (d) A diferença entre dois cubos consecutivos é ímpar. (Cubos Consecutivos = a^3 e $(a + 1)^3$)
 - (e) O produto de três números consecutivos quaisquer é divisível por 3.
 - (f) Se b e c são os catetos de um triângulo retângulo de hipotenusa a e altura h , mostre que $b + c < a + h$.
 - (g) Se dois inteiros são ambos divisíveis por um inteiro n , então a sua soma é divisível por n .
 - (h) Se $n \in \mathbb{Z}$, então $n^2 + n$ é par.
 - (i) Sejam $x, y, z \in \mathbb{Z}$. Se $x + y = x + z$ então $y = z$.

3 Técnicas de Demonstração: Prova Indireta - Contrapositiva

1. Prove que se o produto de dois inteiros não é divisível por um inteiro n , então nenhum dos inteiros é divisível por n .
2. Se $3n + 2$ é ímpar, no qual n é um número inteiro, então n é ímpar.
3. Se n^2 é par, então n é par.
4. Se n^2 é divisível por 3, então n é divisível por 3.

4 Técnicas de Demonstração: Bicondicional, Prova por Contradição e Contraexemplos

1. Um inteiro é par se, e somente se, seu quadrado é par.
2. Se $n = ab$, com a e b inteiros positivos, então $a \leq \sqrt{n}$ ou $b \leq \sqrt{n}$.
3. O número $\sqrt{2}$ é irracional.
4. Um inteiro é divisível por 6 se, e somente se, é divisível por 2 e por 3.
5. Mostre que todo inteiro par maior do que 2 pode ser escrito como a soma de 2 números primos (pesquisem no Google!).
6. Demonstre por absurdo que não existe raiz racional para a equação $x^3 + x + 1 = 0$.
7. Todo número primo é ímpar.
8. Para quaisquer números reais a e b , se $a^2 = b^2$, então $a = b$.
9. Todo número natural é maior que seu quadrado.
10. Para quaisquer inteiros a e b , se ab é par, então a e b são pares.