# EQUAÇÕES DIFERENCIAIS APLICADAS

## Complementos de Aula

**Matemática Licenciatura UFGD**

Docente
**Karla Lima**

4 de agosto de 2024

# Sumário

CAPÍTULO 1

# Aula 01: Introdução, Definições e Terminologias

Seja bem-vindo ao curso de Equações Diferenciais Aplicadas! Aqui, você começará a explorar uma das ferramentas mais poderosas e versáteis da matemática. A relevância da matemática não se limita apenas ao seu papel como uma disciplina científica; ela se destaca por sua capacidade única de penetrar e transformar diversas áreas do conhecimento humano. Em particular, as equações diferenciais são essenciais para modelar e resolver problemas complexos que encontramos no mundo real.

## 1.1 MODELAGEM MATEMÁTICA E SUA IMPORTÂNCIA NO ENSINO

A Modelagem matemática é a arte e a ciência de transformar problemas reais em questões matemáticas que podem ser resolvidas usando técnicas matemáticas. Isso envolve criar modelos que descrevem fenômenos do mundo real e, em seguida, usar esses modelos para encontrar soluções que nos ajudam a compreender e a resolver esses problemas. A verdadeira magia acontece quando conseguimos interpretar essas soluções e aplicá-las de volta ao contexto real, revelando insights valiosos sobre a situação original.

No ensino de matemática, especialmente para aqueles que aspiram a ser professores, a aplicação prática da matemática pode ser uma poderosa fonte de motivação e interesse. Quando os alunos percebem como a matemática é usada para resolver problemas reais, o aprendizado se torna mais relevante e envolvente.

Podemos destacar algumas vantagens:

1. Contextualização do Ensino: Conhecer como a matemática é aplicada no mundo real permite que você, como futuro professor, mostre aos seus alunos como os conceitos matemáticos são usados fora da sala de aula. Isso faz com que o ensino se torne mais significativo e engajador.

2. Motivação dos Alunos: Mostrar aplicações práticas da matemática ajuda a motivar os alunos, mostrando-lhes como as habilidades matemáticas podem ser valiosas em suas vidas cotidianas e futuras carreiras. Isso pode despertar o interesse e o entusiasmo deles pela matemática.

3. Interdisciplinaridade: A matemática aplicada frequentemente se cruza com outras disciplinas, como física, economia, biologia e engenharia. Ao compreender essas interconexões, você poderá integrar esses conceitos em seu ensino e ajudar seus alunos a ver a matemática como uma ferramenta multifacetada.

4. Desenvolvimento de Habilidades de Resolução de Problemas: Trabalhar com problemas reais melhora suas habilidades de resolução de problemas e pensamento crítico. Essas são habilidades essenciais não apenas para o ensino, mas também para diversas outras áreas profissionais.

## 1.2 A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA DE PESQUISA

Além dessas vantagens para o ensino, a modelagem matemática é igualmente crucial para quem deseja seguir a carreira de pesquisador. Ela não apenas ajuda a entender e resolver problemas complexos, mas também abre portas para a inovação e a descoberta em várias áreas do conhecimento.

Para pesquisadores, a modelagem matemática permite:

1. Exploração de Novas Fronteiras: A modelagem matemática possibilita a exploração de novos fenômenos e teorias ao fornecer uma linguagem para descrever e analisar sistemas complexos. Isso pode levar a descobertas inovadoras em áreas como física, biologia, economia e engenharia.

2. Desenvolvimento de Novos Modelos: Pesquisadores frequentemente criam e refinam modelos matemáticos para descrever fenômenos ainda não compreendidos completamente. Esse processo não só avança o conhecimento em uma área específica, mas também pode gerar novos métodos e técnicas matemáticas.

3. Validação de Teorias e Hipóteses: A modelagem matemática é uma ferramenta essencial para testar e validar teorias científicas. Ao criar modelos que simulam condições reais ou hipotéticas, pesquisadores podem verificar se as previsões feitas por uma teoria correspondem aos dados experimentais ou observacionais.

4. Resolução de Problemas Complexos: Muitos problemas no mundo real, desde a previsão do clima até a análise de sistemas biológicos, são extremamente complexos e não podem ser resolvidos sem a ajuda de modelos matemáticos. Pesquisadores utilizam essas ferramentas para abordar questões desafiadoras e propor soluções baseadas em análises quantitativas.

5. Interdisciplinaridade e Colaboração: A modelagem matemática frequentemente exige colaboração entre diferentes áreas do conhecimento. Para pesquisadores, isso significa trabalhar com especialistas de outras disciplinas para desenvolver soluções abrangentes e inovadoras para problemas multifacetados.

Portanto, para quem pretende se aventurar na pesquisa matemática, a modelagem é uma habilidade indispensável que combina criatividade com rigor científico. Ela fornece as bases para investigar questões complexas e contribuir significativamente para o avanço do conhecimento. Ao dominar essas técnicas, você estará bem preparado para enfrentar desafios científicos e abrir novas avenidas para a pesquisa e a inovação.

## 1.3 AS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

Para apreciar a importância das equações diferenciais, é essencial reconhecer que muitas das mais influentes teorias matemáticas surgiram para resolver problemas do mundo natural. Ao longo da história, matemáticos como Newton e Leibniz desenvolveram o Cálculo em estreita relação com a Mecânica e outras áreas da Física, demonstrando como a matemática pode emergir da necessidade de abordar desafios reais. Posteriormente, matemáticos como Poincaré e Hilbert também avançaram significativamente em suas áreas com base em problemas práticos e teóricos. Em nossas aulas de equações diferenciais, é importante manter em mente essas raízes históricas e contextuais, pois elas mostram como esse ramo da Matemática está profundamente conectado com suas aplicações práticas e com o progresso científico [1].

As equações diferenciais são cruciais na modelagem matemática porque permitem descrever e analisar sistemas dinâmicos e fenômenos que evoluem ao longo do tempo, como o crescimento populacional, a propagação de doenças e a dinâmica de sistemas físicos. Elas possibilitam a análise do comportamento a longo prazo, a modelagem de processos contínuos e a realização de simulações para previsões precisas. Além disso, são fundamentais para integrar diferentes disciplinas e para o desenvolvimento de novas técnicas matemáticas e computacionais. Em resumo, as equações diferenciais fornecem uma estrutura indispensável para compreender e resolver problemas complexos que envolvem mudanças contínuas e dinâmicas.

## 1.4 DEFINIÇÕES E TERMINOLOGIA

Uma equação é formada por duas expressões conectadas por um sinal de igualdade. No caso das equações diferenciais, essas expressões incluem derivadas, conforme o próprio nome indica. Em disciplinas anteriores, um bom tempo é gasto na resolução de equações como '$x^3 + 2x + 1 = 0$' ou '$\cos x = \frac{1}{2}$', onde a **solução** (se existe) é sempre um **número real** $x$. Aqui, nossa tarefa será resolver equações diferenciais como '$y'' + 3y' + y = 0$', onde a incógnita $y$ representa uma **função**[2].

Neste capítulo, abordaremos problemas formulados e resolvidos por Newton, Leibniz e Bernoulli no século XVII. Focaremos em dois tipos principais de equações diferenciais: as lineares e as separáveis [1].

Em Cálculo, aprendemos que a derivada $y'(x)$ de uma função $y(x)$ é, por sua vez, outra função. Vejamos alguns exemplos:

- A derivada da função $y(x) = \operatorname{sen} x$ é a função $y'(x) = \cos x$;
- A derivada da função $y(x) = x^2$ é a função $y'(x) = 2x$;
- A derivada da função $y(x) = x$ é a função constante $y'(x) = 1$.

Aprendemos a encontrar derivadas e, em alguns casos, a resolver o problema inverso: dada uma função $\phi(x)$, encontrar uma função $y(x)$ tal que

$$y'(x) = \phi(x).$$

Esse processo é chamado de antiderivação e é usado para calcular integrais.

O estudo das equações diferenciais começou com Newton e Leibniz no final do século XVII, motivado por problemas físicos. Inicialmente, o foco era obter soluções explícitas em termos de funções elementares e primitivas. No entanto, constatou-se que poucas equações podiam ser resolvidas dessa forma, mesmo com a introdução de novas funções, como as elípticas. Essa constatação levou à busca por novos métodos, e, no século XIX, surgiu o uso das séries de funções. Com a percepção de que alguns métodos eram imprecisos, o rigor da Análise ganhou destaque, e teoremas de existência e unicidade foram estabelecidos, com Poincaré sendo um importante expoente dessa fase moderna. Atualmente, o interesse se volta para questões qualitativas, buscando entender o comportamento das soluções sem a necessidade de escrevê-las explicitamente.

A teoria qualitativa não diminuiu o interesse por informações quantitativas sobre as soluções. Embora expressões explícitas das soluções possam não ser viáveis, métodos numéricos de aproximação fornecem essas informações. Este campo é um ramo importante da Análise Numérica, focando em encontrar funções que estão "próximas"da solução do problema [1].

## 1.4 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] D.G. de Figueiredo and A.F. Neves. *Equações Diferenciais Aplicadas*. Coleção Matemática Universitária. IMPA, 2008.

[2] D.G. Zill. *Equações Diferenciais com Aplicações em Modelagem*. Thomson, 2003.