

Elementos de Aritmética

Aula 01: Sistemas de Numeração

Profª Dra. Karla Lima

1 Avaliações e Bibliografia

2 Introdução

3 Os Números Naturais

4 Bases de Representação Numérica

- T - Trabalhos semanais escritos e orais.
- P1 - 10/04/2025
- P2 - 12/06/2025
- PS - 26/06/2025
- Exame - 03/07/2025

Fórmula de Avaliação

$$M = 0,4 \cdot P1 + 0,4 \cdot P2 + 0,2 \cdot T$$

Clique no texto para ter acesso aos arquivos PDFs:

- Livro texto: Hefez, A., Iniciação à Aritmética. IMPA, 2015.
- Pataro, Patricia Moreno Matemática essencial 6º ano : ensino fundamental, anos finais, 1. ed. – São Paulo : Scipione, 2018. .

- Usualmente, considera-se como a matemática mais antiga aquela resultante dos primeiros esforços do homem para sistematizar os conceitos de grandeza, forma e número.
- Desde os tempos mais remotos, os seres humanos sentiram a necessidade de contar e representar quantidades de uma forma sistemática.
- O conceito de número e o processo de contar desenvolveram-se tão antes dos primeiros registros históricos (há evidências arqueológicas de que o homem, já há uns 50 000 anos, era capaz de contar) que a maneira como ocorreram é largamente conjectural.

- A contagem começou de maneira bastante simples, provavelmente com o uso de marcas em pedras, ossos ou outros objetos, para representar quantidades de animais, alimentos ou objetos.

© RMN-Grand Palais/Martine Beck-Coppol/Museu de Arqueologia Nacional, Saint-Germain-en-Laye, França



- Chifre de animal datado de cerca de 15 000 a.C., onde é possível identificar registros de quantidades.

- Com o tempo, essas representações evoluíram, dando origem a sistemas numéricos mais complexos.

Numeração atual	Numeração maia	Numeração babilônica	Numeração egípcia	Numeração grega	Numeração romana
1	•	Υ	I	α	I
2	••	ΥΥ	II	β	II
3	•••	ΥΥΥ	III	γ	III
4	••••	ΥΥΥ Υ	IIII	δ	IV
5	—	ΥΥΥ ΥΥ	IIIII	ε	V
6	—•	ΥΥΥ ΥΥΥ	IIIIII	ς	VI
7	—••	ΥΥΥ ΥΥΥ Υ	IIIIIIII	ζ	VII
8	—•••	ΥΥΥ ΥΥΥ ΥΥ	IIIIIIIIII	η	VIII
9	—••••	ΥΥΥ ΥΥΥ ΥΥΥ	IIIIIIIIIII	θ	IX
10	—	<	∩	ι	X
20	⊕	<<	∩∩	κ	XX

- Os números naturais formam a base fundamental da matemática e desempenham um papel essencial em nossa compreensão do mundo ao nosso redor.
- Desde os tempos mais primordiais, os seres humanos têm contado e manipulado números naturais para quantificar objetos, eventos e fenômenos.

- Os números naturais são aqueles usados para contar itens individuais.
- Eles começam em 1 e se estendem indefinidamente: 1, 2, 3, 4, 5 e assim por diante.
- O conjunto dos números naturais é frequentemente representado pelo símbolo \mathbb{N} .

- O sucessor de um número natural é um conceito fundamental na matemática.
- É simplesmente o próximo número natural na sequência, não havendo outros números naturais entre um número e o seu sucessor.
 - O sucessor de 1 é 2.
 - O sucessor de 2 é 3.
 - De forma geral, dado um número natural n , o seu sucessor é descrito como sendo

$$n + 1.$$

1. Todo número natural n possui um único sucessor.
2. Números naturais diferentes possuem sucessores diferentes.
3. Existe um único número natural, chamado UM e representado pelo símbolo 1, que não é sucessor de nenhum outro.
4. **(Axioma de Indução:)** Seja X um conjunto de números naturais ($X \subset \mathbb{N}$). Se $1 \in X$ e, se além disso, o sucessor de todo elemento de X ainda pertence a X , então $X = \mathbb{N}$. **(Um dia isso fará sentido, acredite!)**

¹Axioma: Afirmação aceita sem discussão ou contestação.

- Declaramos os elementos do Conjunto dos Números Naturais escrevendo

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

- O ZERO é um número natural? A resposta é: sim, não ou depende!
- Inicialmente, ele apareceu como um símbolo para indicar um lugar vazio no sistema de numeração posicional ².
- Este símbolo foi criado para ajudar a escrever os números no sistema posicional, para preencher o vazio que diferenciava números como 25 e 205.

²Assista ao vídeo: A longa batalha do zero para se tornar um número.

- A representação dos números utilizando os símbolos 1, 2, ..., 9, 0 (conhecidos como algarismos) é conhecida como sistema indo-arábico.
- A grande vantagem desse sistema se dá pelo uso da **base decimal**.
- As operações são mais facilmente realizadas através desse sistema.

- Quando se tornou necessário efetuar contagens mais extensas, o processo de contar teve de ser sistematizado.
- Isso foi alcançado organizando os números em grupos básicos convenientes, cuja ordem de grandeza era determinada pelo método de correspondência utilizado.
- O método envolvia escolher um número base (denominado como "b") e atribuir nomes aos números de 1 a b. Para números maiores que b, os nomes eram formados principalmente pela combinação dos nomes dos números previamente escolhidos.

- Há evidências de que 2, 3 e 4 serviram como bases primitivas.
- Como seria de esperar, o sistema quinário, ou sistema de numeração de base 5 (o número de dedos de uma mão), foi o primeiro a ser usado extensivamente.
- Como os dedos do homem constituíam um dispositivo de correspondência conveniente, não é de estranhar que o 10 acabasse sendo escolhido frequentemente como a base.

- Decimal (Base 10): Esta é a base numérica mais comum e amplamente utilizada. No sistema decimal, cada posição em um número representa um múltiplo de potências de 10.
- Binária (Base 2): O sistema binário é fundamental em sistemas digitais e computacionais. Ele usa apenas dois dígitos, 0 e 1, para representar números. Cada posição em um número binário representa um múltiplo de potências de 2.
- Octal (Base 8): O sistema octal utiliza 8 dígitos, de 0 a 7, para representar números. É usado em algumas áreas de computação e programação.
- Hexadecimal (Base 16): O sistema hexadecimal utiliza 16 dígitos, de 0 a 9 e A a F (representando 10 a 15, respectivamente). É comumente usado em programação e ciência da computação, pois fornece uma forma compacta de representar números binários. Usado no padrão HEX de cores!

Para cada base, há um conjunto pré-determinado de dígitos que podem ser usados:

- Decimal (Base 10): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
- Binária (Base 2): 0, 1.
- Octal (Base 8): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.
- Hexadecimal (Base 16): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F (representando 10 a 15, respectivamente).

Os símbolos abaixo representam o MESMO número!

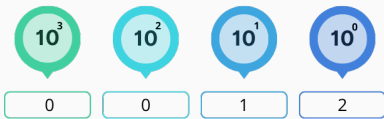
- 12
- 1100
- 14
- C

Os símbolos abaixo representam o MESMO número!

- 12
- 1100
- 14
- C

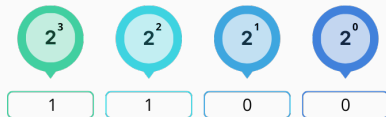
Eles apenas estão escritos em **bases diferentes**.

Base 10



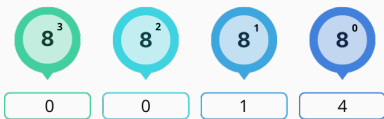
$$12 = 1 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$$

Base 2



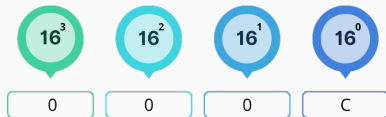
$$12 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$$

Base 8



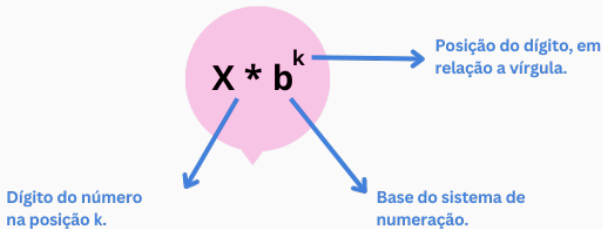
$$12 = 1 \cdot 8^1 + 4 \cdot 1$$

Base 16



$$12 = C$$

Base b



Adivinhar o dia em que uma pessoa nasceu

indique em quais dos calendários a data de seu nascimento aparece sublinhada.

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
			<u>1</u>	2	<u>3</u>	4
<u>5</u>	6	<u>7</u>	8	<u>9</u>	10	<u>11</u>
12	<u>13</u>	14	<u>15</u>	16	<u>17</u>	18
<u>19</u>	20	<u>21</u>	22	<u>23</u>	24	<u>25</u>
26	<u>27</u>	28	<u>29</u>	30	<u>31</u>	



Adivinhar o dia em que uma pessoa nasceu

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
			1	<u>2</u>	<u>3</u>	4
5	<u>6</u>	<u>7</u>	8	9	<u>10</u>	<u>11</u>
12	13	<u>14</u>	<u>15</u>	16	17	<u>18</u>
<u>19</u>	20	21	<u>22</u>	<u>23</u>	24	25
<u>26</u>	<u>27</u>	28	29	<u>30</u>	<u>31</u>	

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
			1	2	3	<u>4</u>
<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	8	9	10	11
<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	16	17	18
19	<u>20</u>	<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	24	25
26	27	<u>28</u>	<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	

Adivinhar o dia em que uma pessoa nasceu

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
			1	2	3	4
5	6	7	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>
<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	16	17	18
19	20	21	22	23	<u>24</u>	<u>25</u>
<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>	<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>
<u>19</u>	<u>20</u>	<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>	<u>25</u>
<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>	<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	

$$1 = 2^0$$

$$2 = 2^1$$

$$3 = 2^1 + 2^0$$

$$4 = 2^2$$

$$5 = 2^2 + 2^0$$

$$6 = 2^2 + 2^1$$

$$7 = 2^2 + 2^1 + 2^0$$

$$8 = 2^3$$

$$9 = 2^3 + 2^0$$

$$10 = 2^3 + 2^1$$

$$11 = 2^3 + 2^1 + 2^0$$

$$12 = 2^3 + 2^2$$

$$13 = 2^3 + 2^2 + 2^0$$

$$14 = 2^3 + 2^2 + 2^1$$

$$15 = 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0$$

$$16 = 2^4$$

$$17 = 2^4 + 2^0$$

$$18 = 2^4 + 2^1$$

$$19 = 2^4 + 2^1 + 2^0$$

$$20 = 2^4 + 2^2$$

$$21 = 2^4 + 2^2 + 2^0$$

$$22 = 2^4 + 2^2 + 2^1$$

$$23 = 2^4 + 2^2 + 2^1 + 2^0$$

$$24 = 2^4 + 2^3$$

$$25 = 2^4 + 2^3 + 2^0$$

$$26 = 2^4 + 2^3 + 2^1$$

$$27 = 2^4 + 2^3 + 2^1 + 2^0$$

$$28 = 2^4 + 2^3 + 2^2$$

$$29 = 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^0$$

$$30 = 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1$$

$$31 = 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0$$

- Os primeiros dias grifados, nos cinco calendários, são as cinco primeiras potências de 2.
- Cada inteiro positivo pode ser expressado, de uma única maneira, como uma potência de 2 ou como soma de potências de 2 distintas entre si.
- por somas de potências de 2 em que o número $1 = 2^0$ participa.

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
			<u>1</u>	2	<u>3</u>	4
<u>5</u>	6	<u>7</u>	8	<u>9</u>	10	<u>11</u>
12	<u>13</u>	14	<u>15</u>	16	<u>17</u>	18
<u>19</u>	20	<u>21</u>	22	<u>23</u>	24	<u>25</u>
26	<u>27</u>	28	<u>29</u>	30	<u>31</u>	

- O segundo calendário mostra grifados os números expressados por tais somas em que o número 2 participa.

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
			1	<u>2</u>	<u>3</u>	4
5	<u>6</u>	<u>7</u>	8	9	<u>10</u>	<u>11</u>
12	13	<u>14</u>	<u>15</u>	16	17	<u>18</u>
<u>19</u>	20	21	<u>22</u>	<u>23</u>	24	25
<u>26</u>	<u>27</u>	28	29	<u>30</u>	<u>31</u>	

- O calendário 3 mostra, grifados, os números expressados por somas tendo a participação da potência 2^2

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
			1	2	3	<u>4</u>
<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	8	9	10	11
<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	16	17	18
19	<u>20</u>	<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	24	25
26	27	<u>28</u>	<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	

- O calendário 4 mostra, grifados, os números expressados por somas tendo a participação da potência 2^3

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
			1	2	3	4
5	6	7	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>
<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	16	17	18
19	20	21	22	23	<u>24</u>	<u>25</u>
<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>	<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	

- O calendário 5 mostra, grifados, os números expressados por somas tendo a participação da potência 2^4

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>
<u>19</u>	<u>20</u>	<u>21</u>	<u>22</u>	<u>23</u>	<u>24</u>	<u>25</u>
<u>26</u>	<u>27</u>	<u>28</u>	<u>29</u>	<u>30</u>	<u>31</u>	