

Elementos de Aritmética

Aula 03: Propriedades das Operações

Profª Dra. Karla Lima

1 Subtração com Números Inteiros

2 Multiplicação

Subtração com Números Inteiros

- Quando abrimos uma porta e depois a fechamos, podemos dizer que revertermos a primeira ação com a segunda?
- Quando subimos uma escada até o topo e depois a descemos por completo, podemos dizer que revertermos a primeira ação com a segunda?

- Quando abrimos uma porta e depois a fechamos, podemos dizer que revertermos a primeira ação com a segunda?
- Quando subimos uma escada até o topo e depois a descemos por completo, podemos dizer que revertermos a primeira ação com a segunda?
- Vocês conseguem pensar em outras situações do dia a dia que envolvem ações inversas?

Exemplos adicionais:

- Ligar e desligar um interruptor;
- Acender e apagar uma vela;
- Adicionar e remover um item da bolsa ou mochila.

Assim como as ações no dia a dia podem ser desfeitas, na matemática também há operações que **podem ser "desfeitas"** por meio de uma **operação inversa**.

- Se você tem 5 e adiciona 3, você tem 8.

Qual seria a operação inversa?

- Se você tem 5 e adiciona 3, você tem 8.

Qual seria a operação inversa?

A operação inversa seria retirar 3 de 8, voltando para 5.

- O sinal de subtração ($-$) tem duas funções:
 - representar o sinal de um número, indicando que ele é negativo, ou seja, menor do que 0;
 - representar uma subtração.

- Então, representamos o inverso da operação $5 + 3$ por

$$8 - 3.$$

Exemplo

Para cada operação, resolva e identifique a operação inversa correspondente.

- a) $15 + 8 = ?$
- b) $20 - 6 = ?$
- c) $18 + 4 = ?$
- d) $14 - 9 = ?$

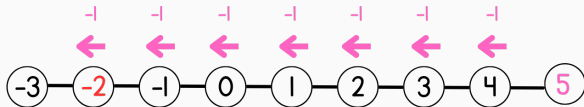
Definição

Sejam a e b números inteiros. A **subtração** $a - b$ pode ser interpretada como a **soma** de a com o **simétrico** de b , ou seja, $a - b = a + (-b)$, onde $-b$ é o número que, somado a b , resulta em 0.

- Subtrair b de a é o mesmo que somar a com o número oposto a b . Se $b > 0$, então $-b < 0$ e somar $-b$ a a move o ponto correspondente a a para a **esquerda** na reta numérica, b unidades à esquerda de a .

Exemplo

Se $a = 5$ e $b = -7$, então, para obter $a + b = 5 + (-7) = 5 - 7$, deslocamos 5 para a esquerda, $-(-7) = 7$ unidades.



Com o auxílio de uma reta numérica, é fácil concluir que pararemos sobre o número -2 , de forma que

$$5 + (-7) = 5 - 7 = -2.$$

- Por fim, somar (ou subtrair) 0 com a significa mover o ponto a zero unidades, ou seja, não movê-lo. Assim,

$$a + 0 = a - 0 = a.$$

Resumindo:

Definição

- Somar $b > 0$ ao número a significa mover o ponto correspondente a a para a direita b unidades, de tal modo que a soma $a + b$ esteja associada ao ponto sobre a reta numérica situado b unidades à **direita** do ponto associado a a .
- Subtrair b de a é o mesmo que somar a com o número oposto a b . Se $b > 0$, então $-b < 0$ e somar $-b$ a a move o ponto correspondente a a para a **esquerda** na reta numérica, b unidades à esquerda de a .
- Por fim, somar (ou subtrair) 0 com a significa mover o ponto a zero unidades, ou seja, **não movê-lo**. Assim,

$$a + 0 = a - 0 = a.$$

Exercício

Indique a variação de unidades quando na reta numérica saímos de:

- a) 10 e chegamos a 15;
- b) 17 e chegamos a 2;
- c) -1 e chegamos a 3;
- d) 8 e chegamos a -2 ;
- e) -3 e chegamos a -1 ;
- f) -5 e chegamos a -10 ;
- g) 6 e chegamos a -12 ;
- h) 23 e chegamos a -35 .

Exercício

Em um trecho retilíneo, um carro está com gasolina no tanque para apenas 22 km e precisa ir a duas cidades, A e B. A cidade A está a 6 km para sua frente e a cidade B está a 12 km no caminho oposto. Só há posto de combustível na cidade B. Sendo assim, pergunta-se:

- a) Ele poderá ir a A e depois voltar para B?
- b) Se ele começar o caminho por B, para depois ir a A, qual será a distância percorrida?

Exercício

João, Maria, José e Carla estavam brincando com um jogo de tabuleiro que dura quatro rodadas e anotaram as pontuações de cada uma na Tabela 3.

	Rodada 1	Rodada 2	Rodada 3	Rodada 4
João	6	-4	-1	-2
Maria	-3	-3	-2	1
José	-2	-8	-4	5
Carla	5	-10	6	-4

Tabela: Pontuação em quatro rodadas.

Vence o jogo quem, após a soma das quatro rodadas, fizer menos pontos.
Determine:

- Qual a ordem crescente dos resultados?
- Qual a colocação de cada participante ao final do jogo?

Exercício

Use os sinais de $<$ e $>$ para cada um dos itens abaixo:

a) $0 \text{ ___ } -1$

b) $-2 \text{ ___ } -4$

c) $3 \text{ ___ } 8$

d) $-3 \text{ ___ } -8$

e) $-2 \text{ ___ } 5$

f) $6 \text{ ___ } 0$

g) $0 \text{ ___ } -6$

h) $-10 \text{ ___ } -26$

Exercício

Em determinado momento, observa-se que um avião está a 3500 m em relação ao nível do mar. Nesse mesmo instante, um submarino navega a 1500 m em relação ao nível do mar. Qual é a distância entre o submarino e o avião?

Multiplicação com Números Inteiros

Definição

Multiplicar a por outro número inteiro b significa, por definição:

1. Somar b com ele mesmo a vezes, se $a > 0$, isto é:

$$a \cdot b = \underbrace{b + b + \dots + b}_{a \text{ parcelas}}.$$

2. Somar $-b$ com ele mesmo $-a$ vezes, se $a < 0$, isto é:

$$a \cdot b = \underbrace{(-b) + (-b) + \dots + (-b)}_{-a \text{ parcelas}}.$$

3. $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$.
4. $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$.

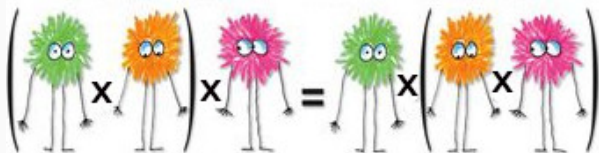
- a) $4 \cdot 1 = 4$.
- b) $4 \cdot 2 = 2 + 2 + 2 + 2 = 8$.
- c) $4 \cdot (-3) = (-3) + (-3) + (-3) = -12$.

Exercício

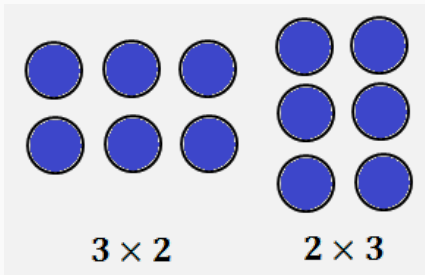
Calcule as somas:

- a) $b + b + b + b + b = ?$, sendo $b \in \mathbb{Z}$.
- b) $(-b) + (-b) + (-b) = ?$, sendo $b \in \mathbb{Z}$.

- **Associatividade:** $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$;

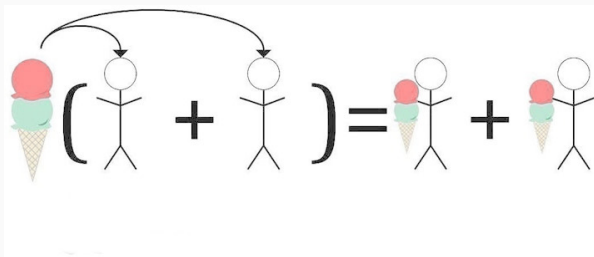


- **Comutatividade:** $a \cdot b = b \cdot a$;



Propriedades Formais da Multiplicação

- **Distributividade:** $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$.



- Erro comum: $2 \cdot (b + 3) = 2 \cdot b + 3$ (Não multiplicar tudo que está dentro dos parênteses!)
- Veja bem:

$$2 \cdot (b + 3) = \underbrace{(b + 3) + (b + 3)}$$

definição de multiplicação

$$= b + \underbrace{3 + b} + 3$$

comutatividade adição

$$= \underbrace{(b + b)} + \underbrace{(3 + 3)}$$

associatividade da adição associatividade da adição

$$= \underbrace{2 \cdot b + 2 \cdot 3} = 2 \cdot b + 6$$

definição de multiplicação

Exercício

Resolva as expressões a seguir utilizando a propriedade distributiva:

1. $3(b + 4) = ?$

2. $5(x - 2) = ?$

3. $2(a + 6) = ?$

4. $7(y - 3) = ?$

Exercício

Usando as propriedades da adição e multiplicação dos números naturais, calcule a soma

$$1 + 2 + 3 + \cdots + 98 + 99 + 100.$$

Exercício

Como alguém pode pagar uma conta de R\$1327,00 a um comerciante que não dispõe de troco, utilizando 14 notas de R\$100,00, 9 cédulas de R\$10,00 e 9 moedas de R\$1,00?

Exercício

Na tabela a seguir, temos um número em cada célula que inicia as linhas e colunas. Na área central, o número que aparece é o resultado da multiplicação entre o número do início da linha (da esquerda para a direita) pelo número no topo da coluna. Complete as células vazias seguindo essa regra.

×	-1	3	-5	6	-3	-2
2	-2			12		
-4	4	-12			12	
5	-5		-25			-10
7		21		42		
8						
9		27		54		-18