

# Elementos de Aritmética

## Aula 02: Os Números Inteiros

---

Profª Dra. Karla Lima

- 1** **O Número Zero**

---
- 2** **Os Números Negativos**

---
- 3** **A Reta Numérica dos Inteiros**

---
- 4** **Operações com Números Inteiros**

---

## **O Número Zero**

- A instituição do zero foi uma verdadeira revolução na Matemática.
- Embora seu uso nos pareça natural e inquestionável, o algarismo nem sempre existiu.
- O zero pode ter surgido de forma independente em diferentes civilizações e teve um percurso conturbado até que se consolidasse como elemento-chave da Matemática.

- Babilônios (2000 a.C.) e romanos (VII a.C.) não tinham uma maneira de representá-lo com um símbolo distinto:

Cravo
Asna



O "cravo" podia ser utilizado até nove vezes, representando os números de 1 a 9.



O número 10 era representado pelo símbolo "asna".

Exemplos:

Um	Três	Cinco	Seis	Nove	Dez
					

Figura: Sistema Babilônico

I	V	X
1	5	10

L	C	D	M
50	100	500	1000

Figura: Sistema Romano

- Nem os gregos, que não consideravam o “nada” como um número.

Α	Β	Γ	Δ	Ε	Σ	Ζ	Η	Θ
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ι	Κ	Λ	Μ	Ν	Ξ	Ο	Π	Υ
10	20	30	40	50	60	70	80	90
Ρ	Ϛ	Τ	Υ	Φ	Χ	Ψ	Ω	Ϙ
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Figura: Sistema Grego

# O Número Zero

- Já os maias, um povo da América Central, tinham um símbolo para as posições ausentes (equivalente ao algarismo zero em alguma posição de um número moderno), presente em diversas fontes e que lembra um pouco um olho semi-aberto.

0	1	2	3	4
	•	••	•••	••••
5	6	7	8	9
				
10	11	12	13	14
				
15	16	17	18	19
				
20	21	22	23	24
• 	•	•	•	•
	•	••	•••	••••
25	26	27	28	29
• 	• 	• 	• 	• 

Figura: Sistema Maia

- Mas, por estarem isolados de outros povos, esse conceito não ultrapassou sua própria civilização.

- Por que nos preocupamos com o zero?
- Ele pode ser usado como **marcador de posição**, sem valor próprio, ou como **número matemático**.

# O Número Zero

- Tome como exemplo o número 2019.
- No nosso sistema decimal, ele é representado da seguinte forma:

1000s	100s	10s	1s
2	0	1	9

- Chamamos o zero de marcador de posição porque nos diz que ali não há nenhum valor 100 .

Para explorar a fascinante história do número zero:

- Leia o artigo "*O herói do Oriente: como o zero chegou ao Ocidente*" ([?]) da Unesp Para Jovens, clicando [aqui](#).
- Assista ao vídeo "*A longa batalha do zero para se tornar um número*" ([?]) da BBC, clicando [aqui](#).

## Os Números Negativos

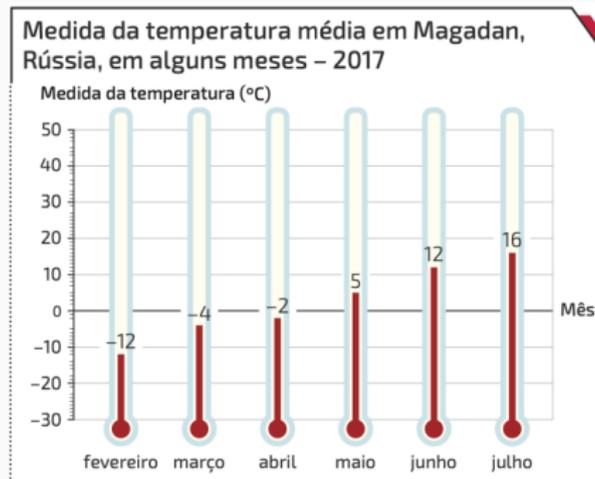
- Em nosso dia a dia, nem sempre os números naturais são suficientes para expressar algumas situações.

EXTRATO BANCÁRIO		
CLIENTE: RENATO DOS SANTOS		
08/06/2019		14:23:47
DATA	HISTÓRICO	SALDO (R\$)
	SALDO ANTERIOR	- 300,00
MAIO		
26/05	DEPÓSITO DINHEIRO	+ 860,00
	SALDO	+ 560,00
27/05	CHEQUE COMPENSADO	- 245,54
	SALDO	+ 314,46
30/05	PAGAMENTO FATURA	- 347,63
	SALDO	- 33,17
JUNHO		
02/06	COMPRA CARTÃO	- 46,49
03/06	DEPÓSITO CHEQUE	+ 510,00
	SALDO	+ 430,34
07/06	CHEQUE COMPENSADO	- 502,50
	SALDO	- 72,16
	LIMITE DE CRÉDITO	+ 600,00
	LIVRE P/ MOVIMENTAÇÃO	+ 527,84
RESUMO		
SALDO ATUAL		- 72,16

Cynthia Sekiguchi

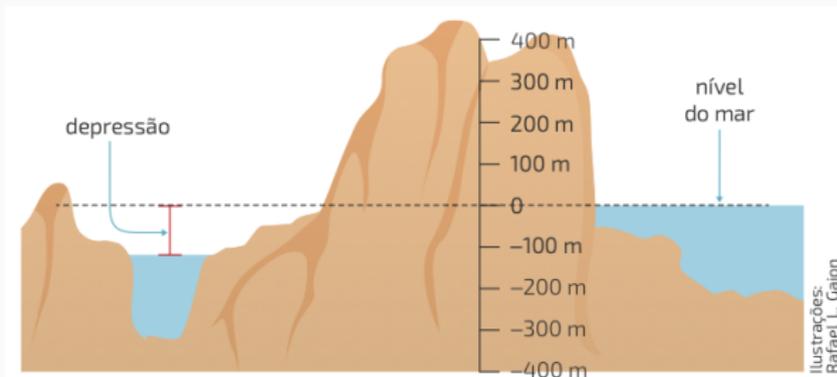
# Os Números Negativos

- Quando queremos indicar certas temperaturas, saldos bancários, altitudes, entre outros, pode ser necessária a utilização de números menores do que zero, chamados números negativos [?].



# Os Números Negativos

- Em contextos como esses, utilizamos pontos de referência para o zero, como a temperatura de congelamento da água ou o nível do mar, a fim de expressar de forma precisa tais medições.



## Os Números Inteiros

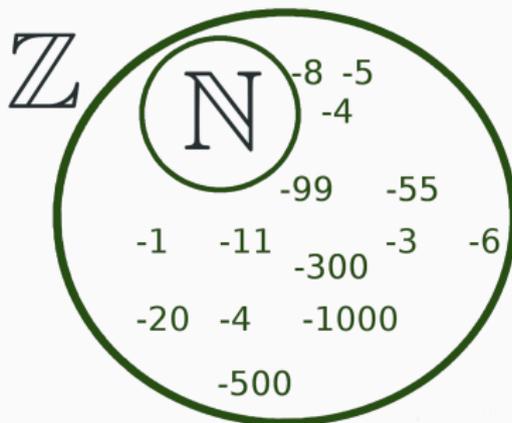
- Os números inteiros foram criados para preencher lacunas nos números naturais e para fornecer uma estrutura matemática mais robusta que pudesse lidar com uma variedade maior de problemas e situações da vida real.



- O zero atua como um ponto de referência fundamental na linha numérica.

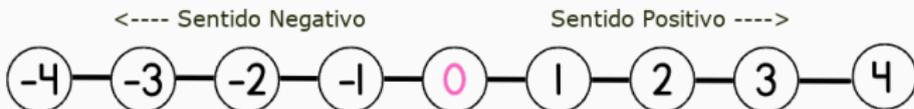
# Os Números Inteiros

- Usamos o símbolo  $\mathbb{Z}$  para representar o conjunto dos números inteiros.
- Todo número natural é também um número inteiro.



- Mas existem infinitos números inteiros que não são naturais!

- O zero divide os números em positivos e negativos, fornecendo uma base para a contagem e representação de valores.



- **Inteiros Positivos:** estão à direita do zero.
- **Inteiros Negativos:** estão à esquerda do zero.

- O sucessor de um número inteiro é o número que vem imediatamente após ele na sequência dos números inteiros.  
Para um número inteiro  $n$ , o sucessor de  $n$  é dado por  $n + 1$ .
- O antecessor de um número inteiro é o número que vem imediatamente antes dele na sequência dos números inteiros.  
Para um número inteiro  $n$ , o antecessor de  $n$  é dado por  $n - 1$ .



- O sucessor de 3 é 4.
- O antecessor de 3 é 2.
- O sucessor de  $-2$  é  $-1$ .
- O antecessor de  $-2$  é  $-3$ .



## Exemplo

- a) *Quem é o sucessor de 0?*
- b) *Quem é o sucessor de 234 ?*
- c) *Quem é o sucessor de  $-15$ ?*
- d) *Quem é o sucessor de  $-59$ ?*



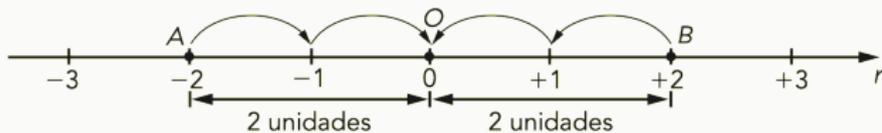
## Exemplo

- e) *Quem é o antecessor de 0?*
- f) *Quem é o antecessor de 234 ?*
- g) *Quem é o antecessor de  $-15$ ?*
- h) *Quem é o antecessor de  $-59$ ?*

- Os números 1 e  $-1$ , 2 e  $-2$ , 3 e  $-3$ , etc., são chamados de **números simétricos**.



- Cada par possui a mesma distância, em unidades, para o número zero.



- O elemento 0 não é nem positivo, nem negativo, e é o seu próprio simétrico.

# Números Simétricos

Representando por  $-a$  o simétrico de  $a$ , seja ele positivo, negativo ou nulo, temos sempre que

$$-(-a) = a \text{ (o simétrico do simétrico de } a \text{ é } a).$$

Representando por  $-a$  o simétrico de  $a$ , seja ele positivo, negativo ou nulo, temos sempre que

$$-(-a) = a \text{ (o simétrico do simétrico de } a \text{ é } a\text{).}$$

Ou seja,

- $-(-47) = 47$  (O simétrico do número  $-47$  é o  $47$ );
- $-(-1) = 1$  (O simétrico do número  $-1$  é o  $1$ );
- $-[-(-3)] = -3$  (O simétrico do simétrico de  $-3$  é o próprio  $-3$ ).

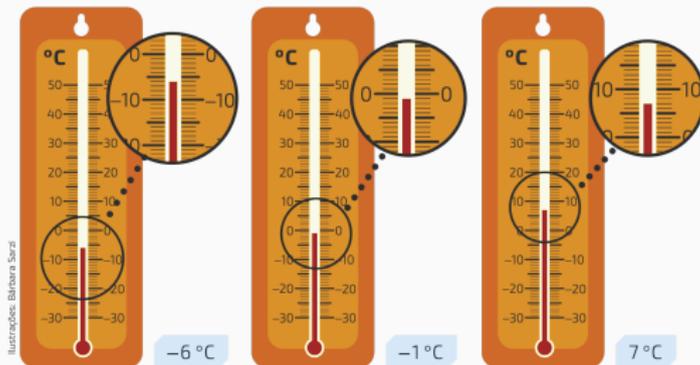
## Exemplo

*Escreva o oposto de cada situação e o número correspondente.*

- a) *Ganhar 5 pontos em um jogo (5).*
- b) *Um débito de R\$ 20,00 ( $-20$ ).*
- c) *Um lucro de R\$ 50,00 (50).*
- d) *Dois andares abaixo do térreo ( $-2$ ).*
- e) *150 m acima do nível do mar (150).*
- f) *Uma medida de temperatura de 3 graus Celsius abaixo de zero ( $-3$ ).*

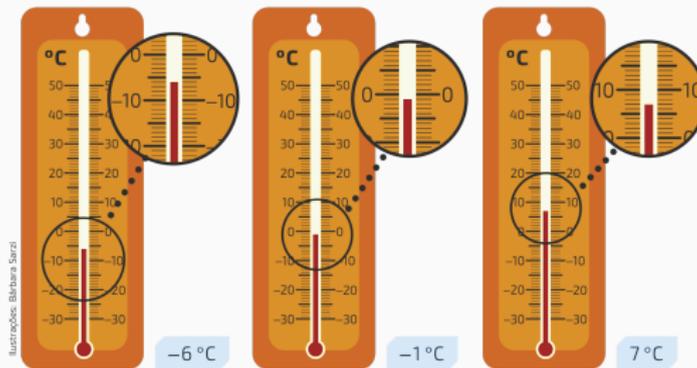
# Comparando números inteiros

- Comparar 2 números significa dizer se o primeiro é maior do que o ( $>$ ), é menor do que o ( $<$ ) ou é igual ao ( $=$ ) segundo número.



- Podemos comparar as temperaturas acima e dizer qual a temperatura mais baixa e a mais alta.

# Comparando números inteiros



Quando comparamos:

- números negativos, o menor é aquele que fica mais distante da origem;
- um número negativo e um positivo, o menor é sempre o negativo;
- números positivos, o menor é aquele que fica mais próximo da origem.

## Exemplo

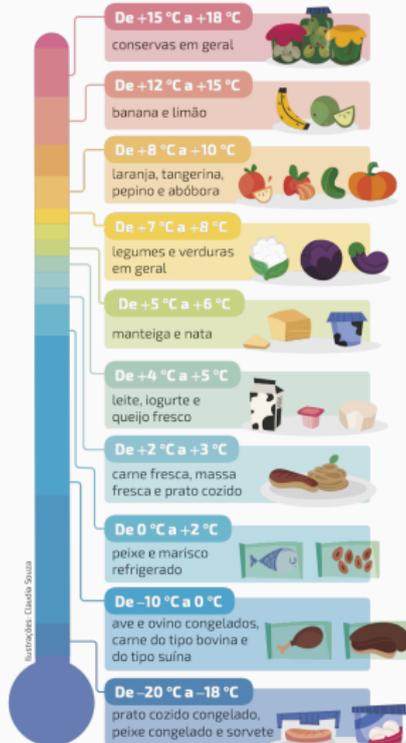
Veja a seguir a medida da temperatura mínima registrada em uma cidade durante determinada semana e responda:

- Em quais dias da semana a medida de temperatura mínima foi maior do que  $-2^{\circ}\text{C}$ ?
- Em quais dias da semana a medida de temperatura mínima esteve entre  $-1^{\circ}\text{C}$  e  $2^{\circ}\text{C}$ ?

Dia da semana	Medida da temperatura mínima ( $^{\circ}\text{C}$ )
Domingo	+1,8
Segunda-feira	-0,1
Terça-feira	+2,4
Quarta-feira	+1,3
Quinta-feira	-1,7
Sexta-feira	-2,2
Sábado	-3,5

# Comparando números inteiros

## Medida da temperatura de conservação de alguns alimentos em graus Celsius (°C)



- a) Dos alimentos citados, quais devem ser armazenados em locais com medida de temperatura igual a 16°C?
- b) E quais devem ser armazenados em locais com medida de temperatura abaixo de 0°C?

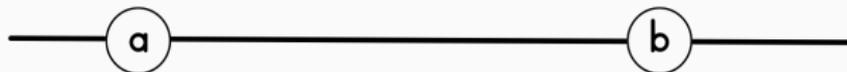
# Comparando números inteiros



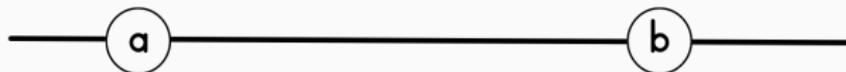
- c) Veja as medidas de temperatura ideais para a conservação de alguns alimentos e a medida da temperatura do freezer em que eles se encontram armazenados. Todos os produtos estão devidamente armazenados? Por quê?
- b) É possível ajustar a medida da temperatura de um freezer para armazenar juntos a pizza e o sorvete? Justifique.

A compreensão de que os números podem ser posicionados em uma reta facilita o entendimento dos conceitos de maior que e menor que.

De fato, escrevemos  $a < b$  (leia  $a$  menor do que  $b$ ) sempre que  $a$  estiver representado à esquerda de  $b$  na reta numérica



Analogamente, escrevemos  $b > a$  (leia  $b$  maior do que  $a$ ) sempre que  $b$  estiver representado à direita de  $a$  na reta numérica



## Exemplo

- a) *Qual é o menor número inteiro de dois algarismos?*
- b) *Qual o maior inteiro negativo menor do que  $-566$ ?*

## Operações com Números Inteiros

Luciano tinha R\$250,00 de saldo em sua conta bancária. Após um depósito de R\$150,00, qual é o saldo da conta de Luciano?

Luciano tinha R\$250,00 de saldo em sua conta bancária. Após um depósito de R\$150,00, qual é o saldo da conta de Luciano?

Vamos resolver esse cálculo com o auxílio da reta numérica.

- Iniciando com a quantia que Luciano já tinha, deslocamos, a partir da origem, 250 unidades no sentido positivo, uma vez que o saldo inicial é positivo:



- Deslocamos 150 unidades no sentido positivo, a partir de 250, pois o depósito é um crédito:



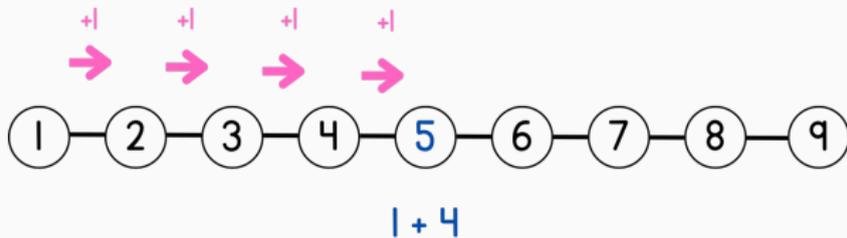
▶ As setas azuis indicam as parcelas da adição e a vermelha indica o resultado.

## Definição

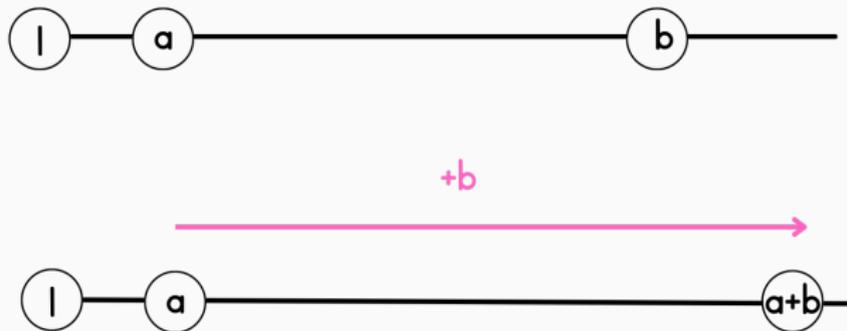
Sejam  $a$  e  $b$  números inteiros, com  $b > 0$ . A **adição**  $a + b$  é o número inteiro que se obtém a partir de  $a$  aplicando-se  $b$  vezes seguidas a operação de tomar o sucessor.

- Ou seja, somar  $b > 0$  ao número  $a$  significa mover o ponto correspondente a  $a$  para a direita  $b$  unidades, de tal modo que a soma  $a + b$  esteja associada ao ponto sobre a reta numérica situado  $b$  unidades à direita do ponto associado a  $a$ .

A adição do número 4 ao número 1 pode ser entendida aplicando-se 4 vezes seguidas a operação de tomar o sucessor, a partir de 1:

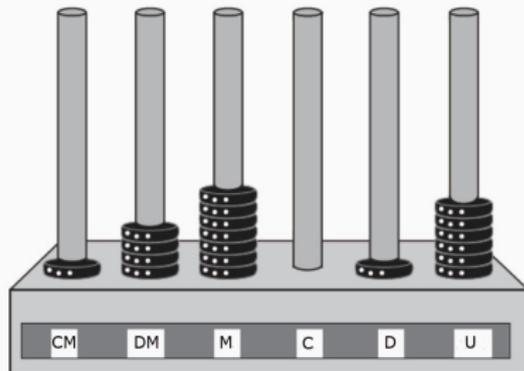


A adição de um número  $b > 0$  a um número  $a$  pode ser entendida como um deslocamento de  $b$  passos para a direita a partir do ponto  $a$ .



- O ábaco é um antigo instrumento de cálculo que usa notação posicional de base 10 para representar números inteiros positivos (maiores do que zero).
- Ele pode ser apresentado em vários modelos, um deles formado por hastes apoiadas em uma base.
- Cada haste corresponde a uma posição no sistema decimal e nelas são colocadas argolas; a quantidade de argolas na haste representa o algarismo daquela posição.

- Em geral, colocam-se adesivos abaixo das hastes com os símbolos U, D, C, M, DM e CM, que correspondem, respectivamente, a unidades, dezenas, centenas, unidades de milhar, dezenas de milhar e centenas de milhar.
- Sempre começando com a unidade na haste da direita e as demais ordens do número no sistema decimal nas hastes subsequentes (da direita para esquerda), até a haste que se encontra mais à esquerda.



# Propriedades Formais da Adição

Sejam  $a$  e  $b$  números inteiros. Então valem as seguintes propriedades:

- **Associatividade:**  $a + (b + c) = (a + b) + c$ ;
- **Comutatividade:**  $a + b = b + a$ ;

## Exercício

*Usando as propriedades da adição dos números naturais, calcule a soma*

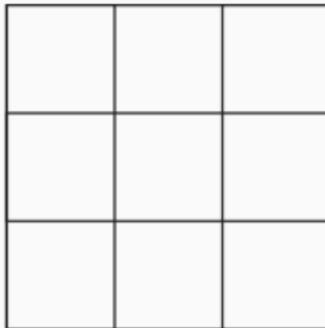
$$1997 + 1998 + 2002 + 2003.$$

## Exercício

Os quadrados mágicos foram criados na China por volta de 2200 a.C. Nas linhas, nas colunas e nas diagonais os números têm a mesma soma, chamada soma mágica. Complete este quadrado mágico com números inteiros.

0	$x$	-4
$x$	-1	$x$
2	$x$	$x$

Esse quadrado 3x3 deve ser preenchido com os números de 1 a 9. Veja se consegue e descubra qual é sua soma mágica:



Achou fácil? Tente agora com o quadrado mágico abaixo que deve ser preenchido com os números de 1 a 16. Note que não há repetição de números.

