

Elementos de Álgebra

Aula 03: Multiplicação em Matrizes - Aplicações

Profª Dra. Karla Lima

1. Efeitos Geométricos das Operações entre Matrizes

2. Atividade 1

3. Atividade 2

1. Explorar os efeitos de matrizes sobre figuras no plano;
2. Investigar a soma de matrizes;
3. Investigar a multiplicação de matrizes;
4. Relacionar os cálculos matriciais aos efeitos observados no GeoGebra.

O que podemos fazer com matrizes?

Matrizes não são apenas tabelas de números.

Elas **transformam objetos**.

- Giram objetos
- Esticam e comprimem
- Refletem e deformam
- Movem imagens na tela

Hoje vocês vão **ver isso acontecer**.

GeoGebra (Letra F) [1]

<https://www.geogebra.org/classroom/mznfayvr>

Instrução:

- Explore livremente os controles
- Observe o que muda e o que não muda

Perguntas:

- O que muda na figura?
- O que não muda?
- Qual controle tem maior efeito?

Tarefa:

- Mexa apenas em e e f

Perguntas:

- A forma muda?
- Todos os pontos se movem igualmente?
- Isso deforma a figura?

$$M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Tarefa:

- Zere e , f e α
- Mexa apenas em a, b, c, d
- Escolha um ponto $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ e calcule MP .

Perguntas:

- O que acontece ao mudar apenas a ?
- E apenas d ?
- O que acontece ao mudar b ou c ?
- Qual coordenada do ponto é mais afetada em cada caso?
- Como isso aparece no cálculo de MP ?

Experimento:

- Faça $a < 0$ ou $d < 0$

Pergunta:

- O que acontece com a figura?

Tarefa:

- Mexa apenas em α

Perguntas:

- A forma muda?
- O tamanho muda?
- O que aconteceu com a figura?

Tarefa:

- Use todos os controles

Desafios:

- Tornar a figura mais larga
- Inclinar sem girar
- Girar sem deformar
- Mover sem deformar

Pergunta Importante

Pergunta:

Foi possível criar curvas ou "dobrar" a figura?

Imagem da internet

`https://www.geogebra.org/classroom/ygzmuprm`

Tarefa:

- Inserir imagem
- Aplicar transformações

Perguntas:

- A imagem deforma ou só move?
- O que muda com cada controle?
- O que permanece igual?

Desafios com Imagem

- Esticar horizontalmente
- Inclinar a imagem
- Refletir (espelhar)
- Girar e depois mover

Escala (esticar/comprimir)

Se:

$$b = 0, \quad c = 0$$

$$M = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{bmatrix}$$

Efeito:

- Cada eixo é transformado separadamente:
- a controla o eixo x ;
- d controla o eixo y .

A figura é esticada ou comprimida.

Cisalhamento (inclinar a figura)

Se:

$$b \neq 0 \quad \text{ou} \quad c \neq 0$$

Exemplo:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Efeito:

- Um eixo "puxa" o outro;
- A figura inclina sem girar.

A forma muda, mas linhas continuam retas.

Reflexão (espelhamento)

Se:

$$a < 0 \quad \text{ou} \quad d < 0$$

Efeito:

- Inverte a direção de um eixo;
- Produz efeito de espelho.

A figura é refletida no plano.

$$M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Quando todos variam:

- escala
- inclinação
- reflexão

A matriz combina todos esses efeitos.

- [1] Manoel Anilton Lima Reis.
A utilização do geogebra no ensino das transformações lineares.
Dissertação (mestrado em matemática), Universidade Federal do Amazonas, Manaus, AM, 2020.