

Aula 18: Independência Linear usando o Wolfram

Karla Lima

Álgebra Linear e Geometria Analítica

FACET/UFGD

Independência Linear com Wolfram Alpha

Ideia Central

Exercícios

Discussão

Independência Linear com Wolfram Alpha

Objetivos da Aula

Hoje vamos usar o Wolfram Alpha para:

- Testar independência linear;
- Identificar redundância;
- Trabalhar com vetores em dimensões maiores;
- Interpretar soluções de sistemas lineares.

O foco será interpretação, não contas longas.

Ideia Central

Queremos descobrir quais são as soluções para:

$$a_1 v_1 + a_2 v_2 + \cdots + a_n v_n = 0.$$

Se a única solução for:

$$a_1 = a_2 = \cdots = a_n = 0$$

Os vetores são linearmente independentes.

O computador resolve o sistema.

Você interpreta o resultado.

- Existe apenas solução trivial?
- Existem infinitas soluções?
- Há redundância?

Exercícios

Exercício 1

Considere:

$$(1, 0), \quad (2, 0)$$

Monte:

$$a(1, 0) + b(2, 0) = (0, 0)$$

Digite no Wolfram: $a * (1, 0) + b * (2, 0) = (0, 0)$

Exercício 1

Perguntas:

- Os vetores são independentes?
- Existe redundância?

Exercício 2

Considere:

$$(1, 0), \quad (0, 1)$$

Monte:

$$a(1, 0) + b(0, 1) = (0, 0)$$

Digite no Wolfram: $a * (1, 0) + b * (0, 1) = (0, 0)$

Perguntas:

- Existe solução não trivial?
- Os vetores são independentes?

Exercício 3

Considere:

$$(1, 2, 3), \quad (2, 4, 6)$$

Monte:

$$a(1, 2, 3) + b(2, 4, 6) = 0$$

Perguntas:

- O segundo vetor adiciona nova direção?
- Há redundância?

Exercício 4

Considere:

$$(1, 0, 0), \quad (0, 1, 0), \quad (0, 0, 1)$$

Monte o sistema correspondente.

Perguntas:

- Os vetores são independentes?
- Formam uma base de \mathbb{R}^3 ?

Exercício 5

Considere:

$$(1, 0, 0), \quad (0, 1, 0), \quad (1, 1, 0)$$

Perguntas:

- Qual vetor é redundante?
- Qual pode ser removido?
- O conjunto gera o mesmo espaço?

Exercício 6

Considere:

$$(1, 2, 1), \quad (0, 1, 3), \quad (1, 3, 4)$$

Monte:

$$av_1 + bv_2 + cv_3 = 0$$

Use o Wolfram Alpha para resolver.

Exercício 6

Perguntas:

- Existe apenas solução trivial?
- Os vetores são independentes?

Exercício 7

Considere:

$$(1, 0, 2, 1), (0, 1, 1, 3), (1, 1, 3, 4)$$

Monte o sistema correspondente.

Perguntas:

- Os vetores são independentes?
- Há redundância?

Exercício 8

Considere:

$$(1, 2, 3, 4), (2, 4, 6, 8), (0, 1, 0, 1)$$

Perguntas:

- Qual vetor parece redundante?
- O conjunto é LI?

Exercício 9

Considere:

$$(1, 0, 1, 2), (0, 1, 2, 1), (1, 1, 3, 3)$$

Monte o sistema e use o Wolfram.

Perguntas:

- Existe solução não trivial?
- Há dependência linear?

Exercício 10

Considere:

$$(1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)$$

Perguntas:

- Os vetores são independentes?
- Formam uma base de \mathbb{R}^4 ?

Exercício 11

Considere:

$$(1, 2, 0, 1), (0, 1, 1, 0), (1, 3, 1, 1), (2, 5, 1, 2)$$

Use o Wolfram Alpha para investigar o conjunto.

Perguntas:

- Existe redundância?
- Algum vetor pode ser removido?

Exercício 12

Considere:

$$(1, 1, 1, 1, 1), (1, 2, 3, 4, 5), (2, 3, 4, 5, 6)$$

Monte o sistema correspondente.

Perguntas:

- Os vetores são independentes?
- Existe combinação linear entre eles?

Discussão

Perguntas para Discussão

- O que significa dependência linear geometricamente?
- Como identificar redundância?
- O que muda em dimensões maiores?
- Por que o Wolfram ajuda nesse processo?

- Dependência linear significa redundância;
- Independência significa novas direções;
- Bases organizam o espaço sem excesso.

O importante é interpretar o resultado.