Aula 17: Investigando Transformações Lineares

Karla Lima

Álgebra Linear e Geometria Analítica

FACET/UFGD

Objetivos

Objetivos da Aula

Hoje vamos investigar visualmente:

- Como reconhecer transformações lineares;
- O que transformações lineares preservam;
- O que acontece quando a transformação não é linear;
- Como a geometria ajuda a entender o conceito.

Ideia Central

Ideia Principal

Transformações lineares preservam a estrutura do espaço.

Vamos investigar visualmente:

- Retas continuam retas?
- A origem permanece fixa?
- A transformação parece uniforme?

A Construção no GeoGebra

Nesta atividade, todas as transformações serão aplicadas sobre a mesma reta:

$$x = y$$

Usaremos a parametrização:

$$(t, t), \quad -5 \leq t \leq 5$$

A reta diagonal será nosso "teste visual".

GeoGebra Classroom

https://www.geogebra.org/classroom/pfvbwqyy

Todas as transformações já estão prontas.

Exploração

Como Funciona

Na atividade:

- Clique em cada transformação;
- Observe a imagem da reta transformada;
- Compare os diferentes comportamentos geométricos.

Seu objetivo é decidir: a transformação parece linear ou não?

O que Observar?

Para cada transformação, investigue:

- A reta continua reta?
- Surgem curvas?
- A origem permanece fixa?
- A transformação parece uniforme?
- A estrutura geométrica foi preservada?

Transformações

Transformações Investigadas

$T(x, y) = (2x, y)$
$T(x, y) = (x, 6y)$
$T(x, y) = (-x, y)$
$T(x, y) = (x^2, y)$
$T(x, y) = (x^2, y^2)$
$T(x, y) = (\|x\|, y)$
$T(x, y) = (x + \sin(y), y)$
$T(x, y) = (e^x, y)$
$T(x, y) = (x + 2, y)$
$T(x, y) = (2x + 1, y)$

Tabela de Investigação

Transformação	Continua reta?	Origem fixa?	Linear?
$(2x, y)$			
$(x, 6y)$			
$(-x, y)$			
(x^2, y)			
(x^2, y^2)			
$(\|x\|, y)$			
$(x + \sin(y), y)$			
(e^x, y)			
$(x + 2, y)$			
$(2x + 1, y)$			

Discussão

Discussão

Perguntas importantes:

- Toda transformação que preserva retas é linear?
- Toda transformação linear preserva a origem?
- O que parece acontecer nas transformações não lineares?

Conectando com a Definição

Transformações lineares satisfazem:

Essas propriedades aparecem geometricamente.

Conclusão

Transformações lineares preservam a estrutura geométrica do espaço.

- Retas continuam retas;
- A origem permanece fixa;
- A transformação age de forma uniforme.