

# Álgebra Linear e Geometria Analítica

## Aula 02: Sistemas Lineares

---

Profª Dra. Karla Lima

1. Introdução
2. Modelagem
3. Método da Substituição
4. Conexão com Álgebra Linear
5. Exercícios

# Objetivos da Aula

- Modelar situações reais por meio de sistemas lineares.
- Interpretar geometricamente a solução.
- Classificar sistemas quanto ao número de soluções.
- Resolver sistemas pelo método da substituição.

Em um estacionamento há 12 veículos entre carros e motos.

- A maioria são carros.
- A diferença entre o número de carros e o dobro do número de motos é 3.

# Problema Motivador

Em um estacionamento há 12 veículos entre carros e motos.

- A maioria são carros.
- A diferença entre o número de carros e o dobro do número de motos é 3.

**Pergunta:** Quantos carros e quantas motos há?

- Seja  $x$  o número de carros.
- Seja  $y$  o número de motos.

# Construindo o Modelo

- Seja  $x$  o número de carros.
- Seja  $y$  o número de motos.

| Informação                                                              | Equação      |
|-------------------------------------------------------------------------|--------------|
| Quantidade total de veículos                                            | $x + y = 12$ |
| Diferença entre a quantidade de carros e o dobro da quantidade de motos | $x - 2y = 3$ |

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$$

# Construindo o Modelo

- Seja  $x$  o número de carros.
- Seja  $y$  o número de motos.

| Informação                                                              | Equação      |
|-------------------------------------------------------------------------|--------------|
| Quantidade total de veículos                                            | $x + y = 12$ |
| Diferença entre a quantidade de carros e o dobro da quantidade de motos | $x - 2y = 3$ |

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$$

Obtivemos um **sistema linear 2x2**.

As duas equações obtidas formam um **sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas**.

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$$

Cada equação representa uma reta no plano  $\mathbb{R}^2$ .

As duas equações obtidas formam um **sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas**.

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$$

Cada equação representa uma reta no plano  $\mathbb{R}^2$ .

Resolver o sistema significa encontrar:

**o ponto de interseção dessas retas**

Há 3 possibilidades para a posição destas retas no plano:

- As retas se cruzam: o problema tem uma única solução.
- As retas são paralelas (não possuem interseção): o problema não possui solução.
- As retas são coincidentes: o problema possui infinitas soluções.

- Vamos usar o GeoGebra para visualizar o comportamento das retas.
- Link da atividade: Sistemas Lineares

Sistema:

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$$

# Passo 1: Isolar uma incógnita

Da primeira equação:

$$x = 12 - y$$

## Passo 2: Substituir na outra equação

Substituindo em  $x - 2y = 3$ :

$$(12 - y) - 2y = 3$$

## Passo 2: Substituir na outra equação

Substituindo em  $x - 2y = 3$ :

$$(12 - y) - 2y = 3$$

$$12 - 3y = 3$$

## Passo 2: Substituir na outra equação

Substituindo em  $x - 2y = 3$ :

$$(12 - y) - 2y = 3$$

$$12 - 3y = 3$$

$$y = 3$$

## Passo 3: Encontrar a outra incógnita

$$x = 12 - 3$$

## Passo 3: Encontrar a outra incógnita

$$x = 12 - 3$$

$$x = 9$$

## Passo 3: Encontrar a outra incógnita

$$x = 12 - 3$$

$$x = 9$$

**Solução:** (9, 3)

# Interpretação da Solução

O ponto  $(9, 3)$  representa:

- 9 carros
- 3 motos

Geometricamente: ponto de interseção das retas.

Um sistema 2x2 possui solução única quando:

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

# Condição para Solução Única

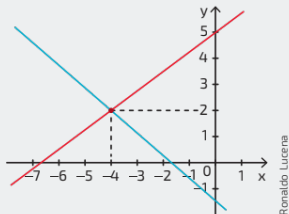
Um sistema 2x2 possui solução única quando:

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

Essa condição está relacionada ao determinante da matriz dos coeficientes (veremos em breve).

## Exemplo

*O gráfico mostra a solução de um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas.*



- a) *Qual é a solução desse sistema?*
- b) *De acordo com a representação gráfica, é possível que esse sistema possua mais de uma solução? Justifique sua resposta.*

## Exemplo

O sistema

$$\begin{cases} 4x - 3y = -4 \\ 5x - 2y = 9 \end{cases}$$

tem uma única solução. Verifique em qual dos itens é apresentada a solução desse sistema.

- a)  $(2, 4)$
- b)  $(5, 8)$
- c)  $\left(\frac{1}{2}, -2\right)$
- d)  $(-3, 7)$

Célia sacou R\$ 110,00 em um caixa eletrônico.

- Apenas cédulas de 10 e 20 reais.
- Total de 8 cédulas.

Quantas cédulas de cada valor ela sacou?

- Leia o material e resolva os exercícios: Sistemas Lineares

Hoje aprendemos:

- Como modelar situações por sistemas lineares.
- A interpretação geométrica da solução.
- A classificação dos sistemas.
- O método da substituição.